

Aktive Diagnose nicht unterscheidbarer Systemverhalten

M. Hofbaur¹, L. Travé-Massuyès²

¹TU Graz, Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik,
Kopernikusgasse 24, Graz

²LAAS-CNRS,

7 Avenue du Colonel Roche, Toulouse, Frankreich

`michael.hofbaur@TU Graz.at`*, `louise@laas.fr`

Zusammenfassung

Hybride Systeme mit Modi deren dynamische Eingangs-/ Ausgangsverhalten sehr ähnlich, wenn nicht sogar ident, sind stellen eine große Herausforderung für hybride Beobachter und Diagnoser dar. Modi mit einem derartigen Beobachtbarkeitsdefekt werden in der Literatur daher auch als *nicht unterscheidbar* bezeichnet. In diesem Manuskript werden wir allerdings zeigen, dass eine hybride Beobachtung derartiger Systeme dennoch nicht aussichtslos ist und eine hybride Beobachtung und Diagnose derartiger Systeme sehr wohl möglich ist. Wesentlich für die korrekte Klassifizierung ist ein durch Mode-Wechsel *aktives* Verhalten des hybriden Systems. Als Grundlage für unsere Betrachtung erweitern wir die in der hybride Diagnose üblichen Mode-spezifischen Analytic Redundancy Relations (ARRs) durch ihre *zeitvariable* Form für *Mode-Sequenzen*. Diese Darstellung ermöglicht es uns, den Begriff *nicht unterscheidbar* wesentlich enger zu fassen und unseren hybriden Beobachter Algorithmus (hME) wesentlich zu verbessern.

1 Einleitung

Mechatronische Systeme erzielen ihre Funktionalität durch die Interaktion von mechanischen, elektrischen und Computer-basierten Komponenten. Dies führt zu einem komplexen dynamischen Verhalten, bei dem kontinuierlich-wertige dynamische Vorgänge durch diskrete Wertänderungen (z.B.: Schaltvorgänge) ergänzt werden. Diese Interaktion von schnellen, diskreten Wertänderungen mit i.a. langsameren, dynamischen Vorgängen im System können durch sogenannte Hybride Modelle elegant modelliert werden. Diese Modelle beschreiben die diskreten Dynamiken durch Automaten bzw. Discrete Event Systeme (DES) und ergänzen diese mit kontinuierlich-wertigen dynamischen Modellen, wie

*Korrespondenz bitte an diese Adresse

zum Beispiel (gewöhnliche) lineare oder nicht-lineare Differenzen- bzw. Differentialgleichungsmodelle. Dies führt zu einem Modell mit mehreren (unter Umständen sehr vielen) Betriebs- und Fehlerzuständen (Modi) und dem zu jedem Mode assoziierten dynamischen Modell.

Ein derartiges hybrides Modell stellt nun eine leistungsfähige Basis für modell-basierte Methoden der Regelung und Automatisierung von mechatronischen Systemen zur Verfügung. Ein Automatisierungssystem zur Kontrolle eines derartigen Systems benötigt die Fähigkeit, das dynamische Systemverhalten durch Messung und Zustandsschätzung zu beobachten. Diese Zustandsschätzung erfordert eine gemeinsame Ermittlung des Betriebs-/Fehler-Mode und des assoziierten kontinuierlich-wertigen Zustandes des Systems. Diese hybride Beobachtung bzw. hybride Zustandsschätzung stellt ein rechentechnisch komplexes Problem dar, da ein Beobachter streng genommen jede mögliche Mode-Sequenz mit ihrem zugehörigen dynamischen Verhalten auf ihre Konsistenz mit dem gemessenen Systemverhalten prüfen muss. Ist man lediglich am Betriebs- und insbesondere Fehler-Mode des Systems interessiert, so bezeichnet man die Systembeobachtung auch als hybride Diagnose. Nichtsdestotrotz benötigt auch diese Aufgabe eine Betrachtung der diskreten und kontinuierlich-wertigen Dynamiken im System und kann nicht getrennt von der kontinuierlich-wertigen Zustandsschätzung durchgeführt werden.

Der Großteil der Arbeiten im Bereich der hybriden Beobachtung/Diagnose beschäftigt sich mit der angesprochenen rechentechnischen Komplexität und bietet sub-optimale, dafür aber rechentechnisch handhabbare, Schätzmethoden für hybride Systeme [1, 5, 7, 18, 9, 14, 4, 8]. In der vorliegenden Arbeit möchten wir allerdings eine andere Schwierigkeit in der hybriden Beobachtung betrachten. Es ist durchaus möglich, dass zwei oder sogar mehrere Modi des Systems ähnliches, wenn nicht sogar gleiches, Verhalten bezüglich der Ein- und Ausgänge des Systems zeigen. Es ist daher für einen hybriden Beobachter sehr schwierig, wenn nicht sogar unmöglich, solche, in der Literatur auch als *nicht unterscheidbare (non-discernable)* bezeichnete, Modi entsprechend zu klassifizieren. Um dieses Problem näher zu betrachten, werden wir in diesem Manuskript ein sehr einfaches, allerdings mit eben diesem Beobachtungsdefekt behaftetes, 2-Mode System betrachten. Als Lösungsmethode schlagen wir die Verwendung von *zeitvarianten Analytic Redundancy Relations (ARR)* vor und werden zeigen, wie diese auch für Systeme mit einer Vielzahl von Modi erfolgreich zur hybriden Beobachtung und Diagnose eingesetzt werden können.

2 Hybrides Modell

Hybride Systeme bzw. hybride Modelle stellen einen Sammelbegriff für eine große Vielzahl von unterschiedlichsten Modellierungsformen für gemischt wert-kontinuierlich/wert-diskrete dynamische Systeme dar. Abhängig von dem jeweiligen Anwendungsfall liegt das Hauptaugenmerk, und damit auch die Modellierungskomplexität, entweder bei der diskret- oder kontinuierlich-wertigen Dynamik.

Um auf die wesentlichen Merkmale des gestellten Problems der nicht unterscheidbaren Modi zu fokussieren, werden wir uns im Zuge dieses Beitrages auf ein einfaches hybrides Modell ähnlich den sogenannten Jump-linear, bzw. switched-linear hybrid Modellen [19], konzentrieren. Die kontinuierlich-wertige Dynamik des Modells wird hierbei durch ein

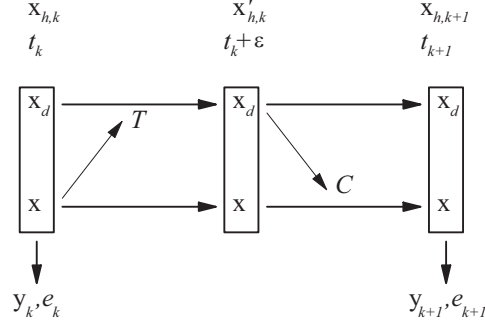


Abbildung 1: Dynamische Evolution des Hybriden Modells.

lineares zeit-diskretes Zustandsraummodell (Abtastzeit T_s) der Form

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_i \mathbf{u}_k, \quad (2)$$

beschrieben, wobei $\mathbf{x}_k \in \mathfrak{R}^{n_x}$, $\mathbf{u}_k \in \mathfrak{R}^{n_u}$ und $\mathbf{y}_k \in \mathfrak{R}^{n_y}$ die Valuerungen des (kontinuierlich-wertigen) Zustandes, der Eingangsgröße und der Messgröße zum Zeitpunkt $t = kT_s$ beschreibt. Durch den Index i wird die Abhängigkeit des Modells von dem Mode bzw. diskreten Zustand $\mathbf{x}_{d,k} = q_i$ dargestellt. Somit definiert die Valuerung des Mode \mathbf{x}_d zum Zeitpunkt $t = kT_s$ die kontinuierliche Evolution des Zustandes \mathbf{x} im Zeit-Intervall $(k-1)T_s < t \leq kT_s$. Wir werden in weiterer Folge diesen kontinuierlichen Teil des hybriden Modells auch als $\Xi := \langle \zeta, Q, C \rangle$ bezeichnen, wobei $\zeta = \{\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}\}$ alle kontinuierlich-wertigen (aber zeit-diskreten!) Variablen des Systems zusammenfasst, $Q = \{q_1, \dots, q_l\}$ die Menge der Modi des Systems bezeichnet und C das Mode-abhängige Zustandsraummodell (1-2) bezeichnet.

In einem hybriden Modell wird bezüglich der diskreten Dynamik eine infrequente, dafür aber abrupte, diskretwertige Evolution vorausgesetzt. Das heißt, Mode Übergänge erfolgen mit vernachlässigbarer Zeitverzögerung und es kann angenommen werden, dass pro Abtastzeit maximal ein Mode-Wechsel erfolgt. In unserem zeitdiskreten Modell nehmen wir darüber hinaus an, dass ein Mode-Wechsel unmittelbar nach dem Abtastzeitpunkt $t = kT_s$ erfolgt und somit der neue Mode im darauf folgenden Zeitintervall die kontinuierliche Dynamik bestimmt. In Abbildung 1 ist diese zeitliche Abfolge der diskret- und kontinuierlich-wertigen Dynamik dargestellt.

Wir modellieren Mode-Übergänge durch den diskret-wertigen Teil des hybriden Modells in der Form eines Discrete-Event Systems (DES). Im Detail beschreiben wir ein DES als

$$M := \langle Q, \Sigma, T, Q_0 \rangle, \quad (3)$$

mit der Menge der Modi $Q = \{q_1, \dots, q_l\}$, der Menge der Ereignisse (Events) $\Sigma = \{\sigma_1, \dots, \sigma_{n_e}\}$, der Zustandsübergangsfunktion $T : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ und der Menge der An-

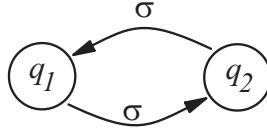


Abbildung 2: Diskretes Modell mit zwei Modi q_1 und q_2 .

fangszustände Q_0 . Natürlich müssen nicht alle Ereignisse σ_j beobachtbar sein. Aus diesem Grund definieren wir mit $\Sigma_O \subseteq \Sigma$ die Untermenge der beobachtbaren Ereignisse. Als Zustandsvariable für den Mode verwenden wir wie bereits eingeführt \mathbf{x}_d . Für die beobachtbaren Ereignisse verwenden wir als Variable e . Die Valuierung von e zum Zeitpunkt k kann durch beobachtbare Ereignisse $\sigma_j \in \Sigma_O$ oder der leeren Valuierung ϵ erfolgen: $e_k \in \{\Sigma_O, \epsilon\}$, wobei ϵ natürlich auch für alle nicht beobachtbaren Ereignisse steht.

Zusammenfassend bezeichnen wir das Paar

$$S = \langle \Xi, M \rangle \quad (4)$$

als unser hybrides Modell mit dem hybriden Zustand

$$\mathbf{x}_h = \langle \mathbf{x}_d, \mathbf{x} \rangle \quad (5)$$

bestehend aus dem Mode \mathbf{x}_d und kontinuierlich-wertigen Zustand \mathbf{x} .

2.1 Beispiel

Für die folgenden Betrachtungen sei ein hybrides Modell mit zwei Modi $Q = \{q_1, q_2\}$ angeführt. Die Mode-Übergänge $q_1 \rightarrow q_2$ und $q_2 \rightarrow q_1$ sind, wie in Abbildung 2 dargestellt, über ein gemeinsames (beobachtbares) Ereignis $\Sigma = \Sigma_O = \{\sigma\}$ definiert. Weiters gelte für den Anfangszustand des DES $Q_0 = \{q_1, q_2\}$. Das heißt, beide Zustände sind potentielle Anfangszustände des Systems. Dieser Umstand und die unspezifische Übergangsbeschreibung durch das gemeinsame Ereignis σ verhindert eine Schätzung des Mode $\mathbf{x}_{d,k}$ durch Beobachtung der Ereignissequenz $\{e_1, \dots, e_{k-1}\}$. Das zugehörige kontinuierlich-wertige Modell Ξ der Form (1-2) sei durch die folgenden Systemparameter definiert:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.4 & 1.3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} -2.1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_2 = 1. \quad (7)$$

Diese Systemparameter definieren zwei dynamische Modelle mit identer Übertragungsfunktion

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_2 = \frac{z^2 + 1.7z - 1.7}{z^2 - 1.3z + 0.4} = \frac{3z - 2.1}{z^2 - 1.3z + 0.4} + 1. \quad (8)$$

Mann könnte auch sagen, dass die dynamischen Modelle der Modi unterschiedliche Zustandsrepräsentationen eines gemeinsamen dynamischen Eingangs-/Ausgangsverhaltens darstellen. Aus diesem Grund stellt die hybride Beobachtung und Diagnose dieses hybriden Modells auch ein nicht triviales Problem dar.

3 Hybride Beobachtung und Diagnose

Die Aufgabe eines hybriden Beobachters ist die Bereitstellung eines Schätzwertes $\hat{\mathbf{x}}_k$ für den hybriden Zustand des Systems $\mathbf{x}_{h,k}$. Im Detail kann die Aufgabe der hybriden Beobachtung folgendermaßen definiert werden:

Hybride Beobachtung: Berechne auf der Basis des hybriden Modells S und der zeitdiskreten Reihen für die Systemeingänge $\{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k\}$, die Messwerte $\{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k\}$ und die diskreten Ereignisse $\{e_0, e_1, \dots, e_k\}$ den Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}_k$ des hybriden Zustandes \mathbf{x}_h zum Zeitpunkt $t = kT_s$, bestehend aus dem Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}_{d,k}$ für den Mode \mathbf{x}_d und dem Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}_k$ für den kontinuierlich-wertigen Zustand \mathbf{x} .

Durch die Mode-Übergänge erhalten wir ein nicht-eindeutiges kontinuierlich-wertiges Verhalten des Systems. Aus diesem Grund ist eine gesonderte Betrachtung der Mode-Sequenz und der kontinuierlich wertigen Evolution des Systems nicht möglich. Ein hybrider Beobachter muss daher als Beobachtungshypothesen *alle möglichen Mode-Sequenzen* auf ihre Konsistenz mit den gemessenen Systemgrößen überprüfen. Aufgrund der mit dem Beobachtungszeitraum exponentiell anwachsende Anzahl von Beobachtungshypothesen ergibt sich für die hybride Beobachtung, selbst bei Systemen mit einer geringen Anzahl von Modi, ein rechentechnisch unlösbares Problem. Aus diesem Grund beschränkt man sich bei sub-optimalen Ansätzen für die hybride Beobachtung auf in ihrer Länge beschränkten Mode-Sequenzen [1, 5] oder fokussiert gezielt auf die Untermenge der wahrscheinlichsten Beobachtungshypothesen [12, 7, 9, 10, 18, 16]. Der Schätzwert für den kontinuierlichen Zustand wird anhand eines entsprechend der Beobachtungshypothese (Mode-Sequenz) und der Funktionsweise des Algorithmus dimensioniertes und instanzisiertes dynamisches Filter ermittelt.

Im Gegensatz zur hybriden Beobachtung berechnet eine hybride Diagnose lediglich den Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}_{d,k}$ für den Mode $\mathbf{x}_{d,k}$ des Systems. Aufgrund der verwobenen kontinuierlichen und diskreten Evolution des Systems kann diese Aufgabe allerdings nur durch die gemeinsame Betrachtung der diskret- und kontinuierlich-wertigen Dynamiken des Systems erfolgen. Ähnlich wie bei der hybriden Beobachtung werden Diagnose Hypothesen, genauer gesagt in diesem Fall Mode-Hypothesen, auf ihre Konsistenz mit den gemessenen und bekannten Systemgrößen verglichen. Dieser Konsistenztest erfolgt durch die Berechnung eines sogenannten Residuums \mathbf{r} , welches bei Konsistenz einen Wert $\mathbf{r}_k = \mathbf{0}$ annimmt. Die Berechnung eines Residuums kann hierbei ähnlich der hybriden Beobachtung über Beobachter/Filter erfolgen [15], durch Systemidentifikation [13, 11] generiert werden oder durch sogenannte *Analytic Redundancy Relations (ARR)* [8, 6] gebildet werden.

Analytic Redundancy Relations setzen die Systemein- (\mathbf{u}) und -ausgänge (\mathbf{y}) über einen Beobachtungszeitraum der Länge $p + 1$ in Beziehung. Zu diesem Zweck bildet man die für den Beobachtungszeitraum zusammengefassten Ein- und Ausgänge

$$U_k := [\mathbf{u}_{k-p}^T, \dots, \mathbf{u}_k^T]^T, \quad Y_k := [\mathbf{y}_{k-p}^T, \dots, \mathbf{y}_k^T]^T, \quad (9)$$

und formuliert anhand der Systemgleichungen (1-2) für den Mode q_i folgende analytische Beziehung

$$Y_k = \mathbf{O}_i \mathbf{x}_{k-p} + \mathbf{L}(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i) U_k \quad (10)$$

mit den Matrizen

$$\mathbf{O}_i := \begin{bmatrix} \mathbf{C}_i \\ \mathbf{C}_i \mathbf{A}_i \\ \vdots \\ \mathbf{C}_i \mathbf{A}_i^p \end{bmatrix} \quad (11)$$

und

$$\mathbf{L}(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i) := \begin{bmatrix} \mathbf{D}_i & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_i \mathbf{B}_i & \mathbf{D}_i & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_i \mathbf{A}_i^{p-1} \mathbf{B}_i & \cdots & \mathbf{C}_i \mathbf{B}_i & \mathbf{D}_i \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Wählt man nun den Beobachtungszeitraum, bzw. den Parameter p , hinreichend groß so existiert eine zur Matrix \mathbf{O}_i orthogonale Matrix $\mathbf{\Omega}_i$, sodass gilt

$$\mathbf{\Omega}_i \mathbf{O}_i = \mathbf{0}.$$

Damit lässt sich nun die Abhängigkeit vom Zustand \mathbf{x}_{k-p} in (10) durch (links) Multiplikation mit $\mathbf{\Omega}_i$ eliminieren. Dies definiert die ARR für den Mode q_i

$$\mathbf{\Omega}_i Y_k = \mathbf{\Omega}_i \mathbf{O}_i \mathbf{x}_{k-p} + \mathbf{\Omega}_i \mathbf{L}(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i) U_k \quad (13)$$

$$\mathbf{\Omega}_i Y_k = \mathbf{\Omega}_i \mathbf{L}(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i) U_k. \quad (14)$$

Auf Basis dieser ARR lässt sich ein Residuum-Vektor $\mathbf{r}_{i,k}$ für Mode q_i wie folgt definieren:

$$\mathbf{r}_{i,k} := \mathbf{\Omega}_i Y_k - \mathbf{\Omega}_i \mathbf{L}(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i) U_k. \quad (15)$$

Dieser Residuum-Vektor erlaubt nun folgenden Konsistenztest¹

$$\tilde{r}_{ij,k} := \begin{cases} 0 & \text{wenn gilt } |r_{ij,k}| = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}, \quad j = 1, \dots, m_i \quad (16)$$

und man erhält den binären Residuum Vektor für den Mode q_i zum Zeitpunkt k als

$$\tilde{\mathbf{r}}_{i,k} := [\tilde{r}_{i1,k}, \dots, \tilde{r}_{im_i,k}]^T. \quad (17)$$

Hybride Diagnose erfolgt nun durch die parallele Auswertung von (15) für alle Modi $q_i, i = 1, \dots, l$ [6]. Verwendet man darüber hinaus einen Discrete-Event Diagnoser [17] zur Beobachtung der diskreten Dynamik anhand der beobachtbaren Ereignisse, so kann die Menge der möglichen diskreten Modi weiter eingeschränkt werden [2]. In [16] konnten wir weiters zeigen, dass die Verwendung dieses ARR-basierten Konsistenztests auch zur gezielten Selektion und damit besseren Einschränkung von Hypothesen für die hybride Beobachtung verwendet werden kann.

¹Natürlich wird in einem realen Umfeld aufgrund von unvermeidbaren Störungen (Messrauschen, etc.) die Bedingung durch die Angabe einer oberen Schranke ε_{ij} für $|r_{ij,k}|$ ersetzt werden.

3.1 Nicht unterscheidbare Betriebszustände

Der ARR Test (15-16) überprüft die Konsistenz der Ein- und Ausgangs Sequenz mit der Mode-Hypothese $\mathbf{x}_{d,k} = q_i$. Genauer gesagt, aufgrund des durch p spezifizierten Beobachtungszeitraums gilt

$$\mathbf{x}_{d,j} = q_i, j = k - p, \dots, k \rightarrow \tilde{\mathbf{r}}_{i,k} \equiv \mathbf{0}. \quad (18)$$

Es ist allerdings durchaus möglich, daß mehrere Modi eines Systems konsistente, d.h. zu Null evaluierende, ARRs aufweisen. Das eingangs angeführte Beispiel kann dies schön verdeutlichen. Die Evaluierungs-Form der ARRs (15) für $p = 2$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{1,k} &:= \mathbf{\Omega}_1 Y_k - \mathbf{\Omega}_1 \mathbf{L}(\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1, \mathbf{D}_1) U_k \\ &= \begin{bmatrix} 0.2369 & -0.7701 & 0.5923 \end{bmatrix} Y_k - \begin{bmatrix} -1.0070 & 1.0070 & 0.5923 \end{bmatrix} U_k. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{2,k} &:= \mathbf{\Omega}_2 Y_k - \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{L}(\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2, \mathbf{C}_2, \mathbf{D}_2) U_k \\ &= \begin{bmatrix} 0.2369 & -0.7701 & 0.5923 \end{bmatrix} Y_k - \begin{bmatrix} -1.0070 & 1.0070 & 0.5923 \end{bmatrix} U_k. \end{aligned} \quad (20)$$

ist für beide Modi des Systems ident! Dies ist natürlich kein Zufall, sondern eine direkte Konsequenz des identen Eingangs-/Ausgangsverhaltens der beiden Modi. Ein Umstand, der durch die identen Übertragungsfunktionen (8) bereits intuitiv logisch erscheint.

In der Literatur werden derartige Modi daher als *nicht unterscheidbar* (non-discernable [6, 3]) bezeichnet. Im Detail kann diese Eigenschaft durch folgende Bedingung festgestellt werden. Zwei Modi q_i und q_j eines hybriden Systems sind nicht unterscheidbar dann und genau dann, wenn gilt [6]

$$\text{Null}(\mathbf{O}_i^T) = \text{Null}(\mathbf{O}_j^T) \subseteq \text{Null}(\Delta_{ij}^T) \quad (21)$$

wobei Δ_{ij} folgendermaßen zu wählen ist

$$\Delta_{ij} := \mathbf{L}(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i) - \mathbf{L}(\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j, \mathbf{C}_j, \mathbf{D}_j). \quad (22)$$

Diese Bedingungen können effizient durch folgende Rangbestimmungen überprüft werden:

$$\text{Rang}(\mathbf{O}_1) = \text{Rang}(\mathbf{O}_2) = \text{Rang}([\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2, \Delta_{ij}]) \quad (23)$$

Diese Eigenschaft, bzw. dieser hybride Beobachtbarkeitsdefekt kann natürlich durch eine Systemanalyse anhand der Bedingung (23) überprüft werden und so auch bei Systemen mit einer größeren Anzahl von Modi jene identifiziert werden, die durch eine parallele Auswertung der ARRs nicht unterschieden werden können. Wohl aber liefert die Evaluierung der ARRs (in, um genau zu sein, nahezu allen Fällen) eine klare Indikation für einen Mode-Übergang wie in Abbildung 4 für die Simulation aus Abbildung 3 zu sehen ist. Diese Evaluierung der Residuen zu Werten ungleich Null wird durch den Mode Übergang im Beobachtungszeitraum

$$(k-p)T_s \dots kT_s$$

hervorgehoben. Aus diesem Grund liefern ARR basierte hybride Beobachter/Diagnoser den Schätzwert für den Mode erst um (mindestens) p Zeitschritte verzögert.

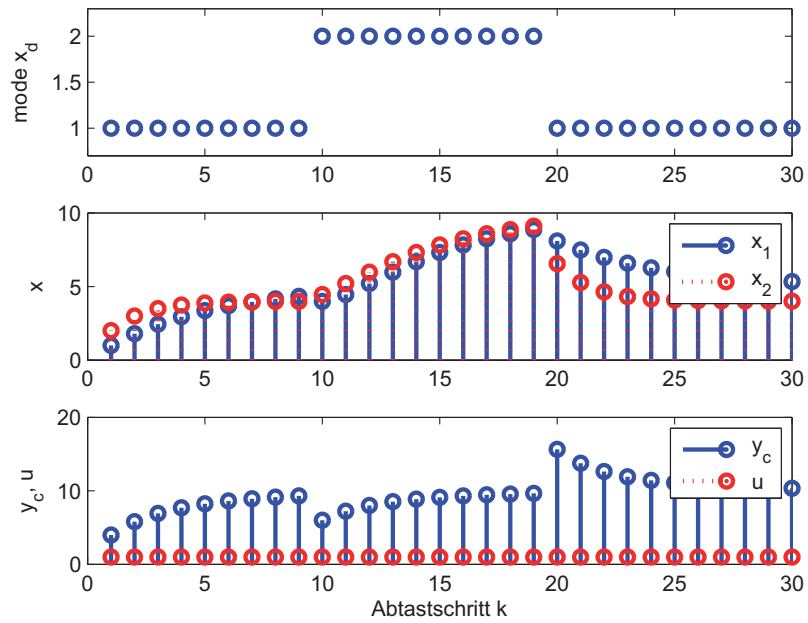


Abbildung 3: Simulation des 2-Mode Beispiels mit 2 Mode Wechsel.

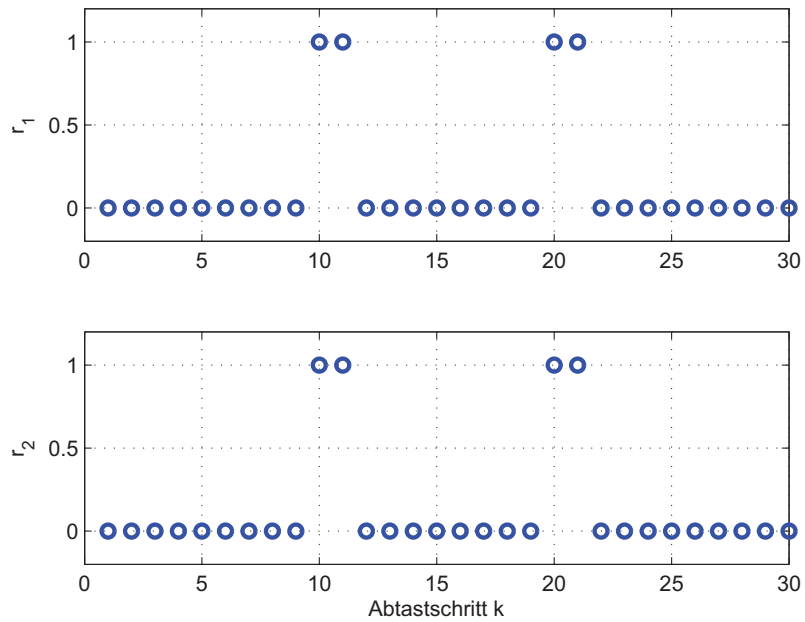


Abbildung 4: Residuen $\mathbf{r}_{1,k}$ und $\mathbf{r}_{2,k}$ für obiges Simulationsbeispiel.

3.2 Zeitvariante Analytic Redundancy Relations

ARR basierte hybride Beobachter/Diagnoser verwenden eine Menge von Mode-spezifischen ARR's und werten diese parallel aus. Durch diese Vorgangsweise werden daher streng genommen die beobachteten Eingangs- und Ausgangsdaten des Systems auf ihre Konsistenz mit den möglichen Mode Hypothesen überprüft. Dies ist im Kontrast zu hybriden Beobachtern, welche *Mode-Sequenz Hypothesen* evaluieren. Fasst man allerdings das Hybride System als *zeitvariantes* dynamisches System auf, so können ARR's auch für Mode-Sequenz Hypothesen formuliert werden.

Die Basis hierfür bilden die nun zeit-variant formulierten Matrizen \mathbf{O} und \mathbf{L} . Für einen durch $p = 2$ dimensionierten Beobachtungszeitraum mit einer zugehörigen Mode Sequenz $\{q_\nu, q_\xi, q_\iota\}$, das heißt,

$$\mathbf{x}_{d,k-2} = q_\nu \rightarrow \mathbf{x}_{d,k-1} = q_\xi \rightarrow \mathbf{x}_{d,k} = q_\iota$$

lauten diese exemplarisch

$$\mathbf{O}(\{q_\nu, q_\xi, q_\iota\}) := \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\nu \\ \mathbf{C}_\xi \mathbf{A}_\xi \\ \mathbf{C}_\iota \mathbf{A}_\iota \mathbf{A}_\xi \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \{q_\nu, q_\xi, q_\iota\}) := \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\nu & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_\xi \mathbf{B}_\xi & \mathbf{D}_\xi & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_\iota \mathbf{A}_\iota \mathbf{B}_\xi & \mathbf{C}_\iota \mathbf{B}_\iota & \mathbf{D}_\iota \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Analog zu (15) können wir damit Residuen für Mode Sequenzen folgendermaßen formulieren

$$\mathbf{r}_{\{\nu, \xi, \iota\}, k} := \mathbf{\Omega}_{\{\nu, \xi, \iota\}} Y_k - \mathbf{\Omega}_{\{\nu, \xi, \iota\}} \mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \{q_\nu, q_\xi, q_\iota\}) U_k. \quad (26)$$

mit der Matrix

$$\mathbf{\Omega}_{\{\nu, \xi, \iota\}} = \text{Null} \left(\mathbf{O}(\{q_\nu, q_\xi, q_\iota\})^T \right)^T \quad (27)$$

Die auf dieser Basis formulierten ARR's ermöglichen nun eine detailliertere Beobachtung des hybriden Systems. Allerdings erhält man für ein hybrides System mit l Zuständen auch eine unter Umständen sehr große Anzahl von

$$l^{p+1} \quad (28)$$

möglichen ARR's für die hybride Beobachtung. In unserem einfachen 2-Mode Beispiel sind dies bereits $2^3 = 8$ ARR's. Eine parallele Auswertung aller ARR's ist daher im Allgemeinen sicherlich nicht zielführend. Wohl aber ermöglicht die gezielte Auswahl von ARR-Tests für Mode-Sequenz Hypothesen eine detailliertere hybride Beobachtung/Diagnose.

In Abbildung 5 sind sechs Residuen für die Mode Sequenzen

$$\{q_1, q_1, q_1\}, \{q_1, q_1, q_2\}, \{q_1, q_2, q_2\}, \{q_2, q_2, q_2\}, \{q_2, q_2, q_1\}, \{q_2, q_1, q_1\}$$

dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass der Mode Übergang $q_1 \rightarrow q_2$ durch die Residuen $\mathbf{r}_{\{1,1,2\},k}$, $\mathbf{r}_{\{1,2,2\},k}$ und der Übergang $q_2 \rightarrow q_1$ durch die Residuen $\mathbf{r}_{\{2,2,1\},k}$, $\mathbf{r}_{\{2,1,1\},k}$ klar erkannt und vor allem auch unterschieden werden kann. Eine Auswertung des Verhaltens

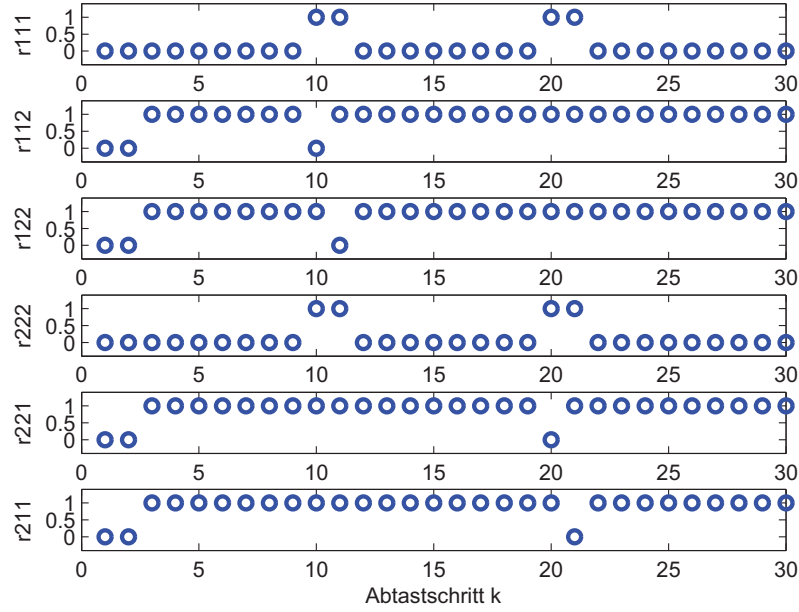


Abbildung 5: Residuen $\mathbf{r}_{\{\nu,\xi,\iota\},k}$ für obiges Simulationsbeispiel.

eines hybriden Systems mittels der zeitvarianten ARRr ermöglicht daher die Ermittlung eines Schätzwertes des Betriebszustandes für Systeme, welche eingangs und auch in der Literatur als nicht-unterscheidbar bezeichnet werden! Wesentlich für den Beobachtungsprozess ist allerdings ein bezüglich der Modi *aktives* Verhalten. Dieses kann zum Beispiel durch eine gezielte Injektion von Events, welche entsprechende Mode Übergänge zur Folge haben, erzwungen werden.

Weiters legt diese Betrachtung eine erweiterte Fassung der Definition von *nicht-unterscheidbaren* Modi nahe. Für zwei Modi q_i und q_j eines hybriden Systems (4) und einen Beobachtungszeitraum der Länge $p + 1$ erhält man insgesamt $\lambda = 2^{p+1}$ mögliche Mode Sequenzen $\bar{\mathcal{Q}} = \{\mathcal{Q}_0, \dots, \mathcal{Q}_{\lambda-1}\}$. Auf Basis dieser Menge der möglichen Mode Sequenzen bezeichnen wir zwei Modi q_i und q_j als *aktiv nicht unterscheidbar* sofern für alle $\mathcal{Q}_\nu \in \bar{\mathcal{Q}}$ und $\mathcal{Q}_\xi \in \bar{\mathcal{Q}}$ und dem folgendermaßen definierten $\tilde{\Delta}_{\nu\xi}$

$$\tilde{\Delta}_{\nu\xi} := \mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathcal{Q}_\nu) - \mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathcal{Q}_\xi) \quad (29)$$

gilt:

$$\text{Rang}(\mathbf{O}_{\mathcal{Q}_\nu}) = \text{Rang}(\mathbf{O}_{\mathcal{Q}_\xi}) = \text{Rang} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{O}_{\mathcal{Q}_\nu} & \mathbf{O}_{\mathcal{Q}_\xi} & \tilde{\Delta}_{\nu\xi} \end{bmatrix} \right) . \quad (30)$$

3.3 Hypothesen Filterung für hybride Beobachtung

Hybride Beobachtung mit hME [10] erfolgt durch eine gezielte Auswahl von Mode-Sequenz Hypothesen mit einer anschließenden kontinuierlich-wertigen Filterung. In [16] konnten wir zeigen, dass die Verwendung von ARRr eine Verbesserung des Algorithmus durch eine gezieltere Fokussierung auf die wahrscheinlichsten Beobachtungs-Hypothesen

möglich ist. Allerdings haben wir dafür lediglich Mode-spezifische ARRr verwendet und die Selektion nach der kontinuierlichen Filterung durchgeführt. Im Gegensatz dazu ermöglichen die oben eingeführten zeitvarianten ARRr eine radikal einfachere und damit auch effizientere Einbindung in das hME Konzept.

hME erzielt die rechentechnische Effizienz durch zwei ineinander verwobene Suchprozesse. Das exponentielle Anwachsen der möglichen Mode-Sequenzen wird durch einen sogenannten Beam-Search Vorgang beschränkt. Dieser übergeordnete Suchprozess beschränkt die Anzahl der betrachteten Hypothesen auf eine durch den Anwender wählbare obere Schranke. Abbildung 6 stellt diese Funktionsweise graphisch für eine obere Schranke von $\lambda = 4$ dar. Jeder Knoten stellt hierbei eine Beobachtungshypothese

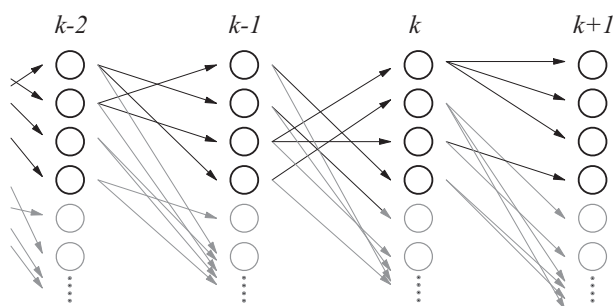


Abbildung 6: Beam-Search Prozedur für hME.

mit dem zugehörigen Schätzwert dar. Jeder Pfad im Graphen definiert eine spezifische Mode-Sequenz mit ihrer zugehörigen kontinuierlich-wertigen Evolution. Die hybride Beobachtung erfolgt rekursiv und erweitert zu jedem Zeitpunkt schrittweise den Graphen. Hierzu wird die Berechnung der möglichen Folgehypothesen/Folgezustände durch eine unterlagerte Suchprozedur bewerkstelligt. Diese berechnet gezielt die wahrscheinlichsten Folgezustände und vermeidet daher die rechentechnisch aufwändige kontinuierliche Filterung für unwahrscheinliche Hypothesen so gut wie möglich. Abbildung 7a zeigt den zugehörigen Such-Baum, in dem mittels der sogenannten A*-Suche operiert wird. Der Suchprozess bestimmt schrittweise anhand des DES Modellteiles (3) eine mögliche Folgehypothese und bewertet diese mittels der nachfolgenden kontinuierlichen Filterung. Das entsprechende Filter wird hierbei zur Laufzeit des Beobachters abgeleitet, bzw. aus einem Zwischenspeicher (Cache), welcher die zuletzt verwendeten Filter beinhaltet, bezogen. Die Auswertung des Filters liefert auch den kontinuierlich-wertigen Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}_k$.

Als Verbesserung dieser Vorgangsweise schlagen wir die Einbindung eines ARR Konsistenztests *vor der kontinuierlichen Filterung* in den hME Suchablauf vor. Dies bedeutet allerdings, dass wir wie in Abbildung 7b dargestellt die kontinuierliche Schätzung doppelt durchführen (ARR basiert und Filter basiert). Allerdings erzielen wir durch diese ARR basierte Hypothesen-Vorfilterung die Möglichkeit, nicht unterscheidbare Modi im System klar zu unterscheiden. Auch Modi mit sehr ähnlichen Eingangs/Ausgangs Dynamiken können damit besser klassifiziert werden. Die Vorselektion verwirft weiters Hypothesen und verhindert damit die kontinuierliche Filterung in mehreren Fällen. Dieser Umstand kann den zusätzlichen Rechenaufwand durch Ableitung und Evaluierung der zeitvarianten ARRr durchaus kompensieren! Die zeitvarianten ARRr werden aus Effizienzgründen

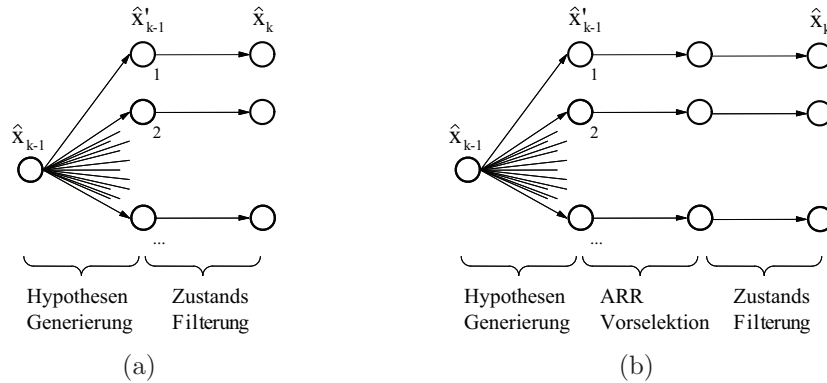


Abbildung 7: A* Suchbaum für Hypothesenexpansion.

ebenfalls durch on-line Ableitung während der Laufzeit und Zwischenspeicherung der häufigsten ARR's gehandhabt.

3.4 Beispiel

Abbildung 8 zeigt das Verhalten des erweiterten hME Algorithmus mit dem eingangs vorgestellten 2-Mode Beispiel und den in Abbildung 3 dargestellten Simulationsdaten. Das bei der Transition emittierte Ereignis σ wird hierbei als nicht-beobachtbar angenommen.

Wir starten den Beobachter zum Zeitpunkt $k = 3$ mit keiner Mode Information, das heisst, beide Modes q_1 und q_2 sind mögliche Beobachter Hypothesen zu den Zeitpunkten $k \leq 2$. Die Hypothesen Generierung des hME Algorithmus erweitert diese beiden Anfangssequenzen zu den insgesamt 4 Folgehypothesen.

$$\begin{aligned} \{q_1, q_1, q_1\} &\rightarrow \{\{q_1, q_1, q_1\}, \{q_1, q_1, q_2\}\} \\ \{q_2, q_2, q_2\} &\rightarrow \{\{q_2, q_2, q_2\}, \{q_2, q_2, q_1\}\} \end{aligned} \quad (31)$$

Durch die ARR Evaluierung können 2 Hypothesen ($\{q_1, q_1, q_2\}$ und $\{q_2, q_2, q_1\}$) ausgeschlossen werden und beide verbleibenden Hypothesen ($\{q_1, q_1, q_1\}$ und $\{q_2, q_2, q_2\}$) werden durch kontinuierliche Filterung mit dem Schätzwert für \hat{x} ergänzt. Ab dem Zeitpunkt des ersten Mode Wechsels ($k = 10$) fokussiert hME durch die ARR Vorselektion auf den richtigen Mode und liefert damit das korrekte Beobachtungsergebnis trotz der nicht unterscheidbaren Systemdynamiken!

4 Zusammenfassung und Ausblick

Durch die Einführung von zeitvariablen Analytic Redundancy Relations konnten wir zeigen, dass in einem hybriden System mit bisher als nicht-unterscheidbar klassifizierten Modi eine Mode-Schätzung bzw. Diagnose in fast allen Fällen möglich wird. Dies stellt eine wesentliche Verbesserungsmöglichkeit für hybride Beobachter und Diagnostiker

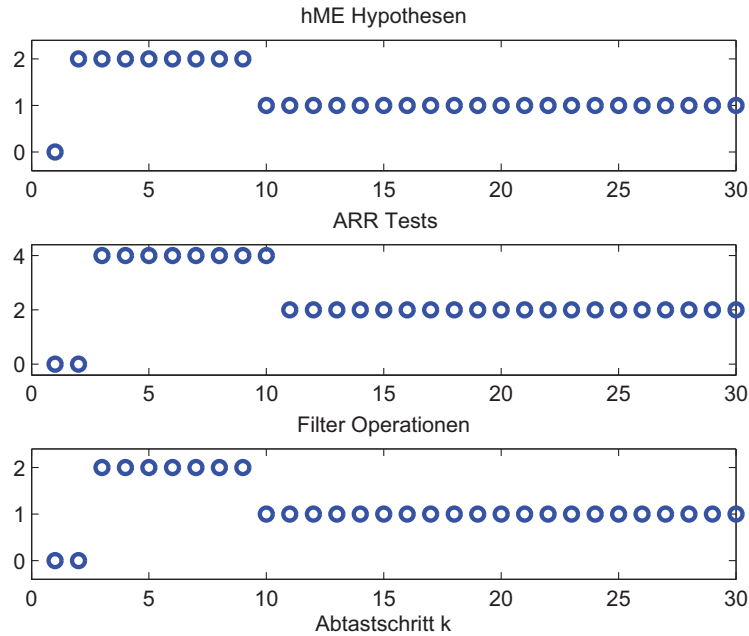


Abbildung 8: Analyse des erweiterten hME Algorithmus.

dar. Mit der Einführung der zeitvariablen ARR's steigt allerdings die Anzahl der möglichen Konsistenztests für ein hybrides System stark an. Aus diesem Grund ist die in ARR basierten Diagnosemethoden übliche parallele Auswertung aller ARR's aufgrund des rechentechnischen Aufwands nicht zielführend. In Verbindung mit einer gezielten Hypothesen-Generierung arbeitenden hybriden Beobachter kann allerdings durch die von uns vorgeschlagenen zeitvariablen ARR's eine Vorselektion erfolgen, die zu einer wesentlich besseren Fokussierung des Algorithmus auf die wahrscheinlichsten Beobachter-Hypothesen führt. Darüber hinaus kann ein solcher Beobachter die vormals als nicht unterscheidbar klassifizierten Modes klar unterscheiden.

Die potentiell große Anzahl der möglichen ARR's legt eine Ableitung derselben zur Laufzeit des Beobachters nahe. Dies kann bei linearen Systemen, wie in diesem Manuskript vorgestellt, sehr leicht erfolgen. Möchte man allerdings auch nichtlineare hybride Systeme erfolgreich mit dieser Vorselektion ausstatten, so empfiehlt es sich, die Anwendung auf jene problematischen Modi zu beschränken, die anhand ihres dynamischen Eingangs- Ausgangsverhaltens schwer zu unterscheiden sind. All jene Hypothesen, welche über keine vorberechnete ARR verfügen, werden dann durch die kontinuierliche Filterung entsprechend klassifiziert.

Danksagung

Die beschriebenen Forschungsarbeiten wurden im Rahmen des FWF Projektes *Modellbasierte Regelung für rekonfigurierbare mobile Roboter* (P20041-N15) durchgeführt.

Literatur

- [1] G.A. Ackerson and K.S. Fu. On state estimation in switching environments. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 15:10–17, 1970.
- [2] M. Bayouhdh, L. Travé-Massuyès, and X. Olive. Coupling continuous and discrete event system techniques for hybrid system diagnosability analysis. In *Proceedings of the European Conference on Artificial Intelligence (ECAI 08), Patras, Greece*, pages 219–223, 2008.
- [3] M. Bayouhdh, L. Travé-Massuyès, and X. Olive. Hybrid systems diagnosis by coupling continuous and discrete event techniques. In *Proceedings of the IFAC World Congress, Seoul, Korea*, pages 7265–7270, 2008.
- [4] E. Benazera, L. Travé-Massuyès, and P. Dague. State tracking of uncertain hybrid concurrent systems. In *Proceedings of the 13th International Workshop on Principles of Diagnosis (DX02)*, pages 106–114, May 2002.
- [5] H.A.P. Blom and Y. Bar-Shalom. The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33:780–783, 1988.
- [6] V. Cocquempot, T. El Mezyani, and M. Staroswiecki. Fault detection and isolation for hybrid systems using structured parity residuals. In *IEEE/IFAC-ASCC : Asian Control Conference*, 2004.
- [7] N. de Freitas. Rao-blackwellised particle filtering for fault diagnosis. In *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference 2002*, volume 4, pages 1767–1772, 2002.
- [8] J. Gertler. Analytical redundancy methods in failure detection and isolation. In *Preprints of the IFAC SAFEPROCESS Symposium*, pages 9–21, 1991.
- [9] M. W. Hofbaur and B. C. Williams. Mode estimation of probabilistic hybrid systems. In *Hybrid Systems: Computation and Control, HSCC 2002*, volume 2289 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 253–266. Springer Verlag, 2002.
- [10] M. W. Hofbaur and B. C. Williams. Hybrid estimation of complex systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics*, 34(5):2178–2191, October 2004.
- [11] R. Isermann. Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods - an introduction. *Control Engineering Practice*, 5(5):639–652, May 1997.
- [12] X.R. Li and Y. Bar-Shalom. Multiple-model estimation with variable structure. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41:478–493, 1996.
- [13] L. Ljung and T. Glad. On global identifiability for model parametrizations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30:265–276, 1994.

- [14] S. Narasimhan and G. Biswas. An approach to model-based diagnosis of hybrid systems. In *Hybrid Systems: Computation and Control, HSCC 2002*, volume 2289 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 308–322. Springer Verlag, 2002.
- [15] R. Patton and J. Chen. Observer-based fault detection and isolation: robustness and applications. *Control Engineering Practice*, 5(5):671–682, May 1997.
- [16] Th. Rienmüller, M. Mayouddh, M. Hofbaur, and L. Travé-Massuyès. Hybrid estimation through synergic mode-set focusing. In *Proceedings of the IFAC SAFEPROCESS Symposium*, 2009.
- [17] M. Sampath, R. Sengputa, S. Lafortune, K. Sinnamohideen, and D. Teneketzi. Diagnosability of discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40:1555–1575, Sept. 1995.
- [18] V. Verma, G. Gordon, R. Simmons, and S. Thrun. Real-time fault diagnosis. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 11(2):56–66, 2004.
- [19] R. Vidal, A. Chiuso, S. Soatto, and S. Sastry. Observability of linear hybrid systems. In *Hybrid Systems: Computation and Control, HSCC 2003*, volume 2623 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 526–539. Springer Verlag, 2003.